

Introduzione all'Informatica

Loriano Storchi

loriano@storchi.org

<http://www.storchi.org/>

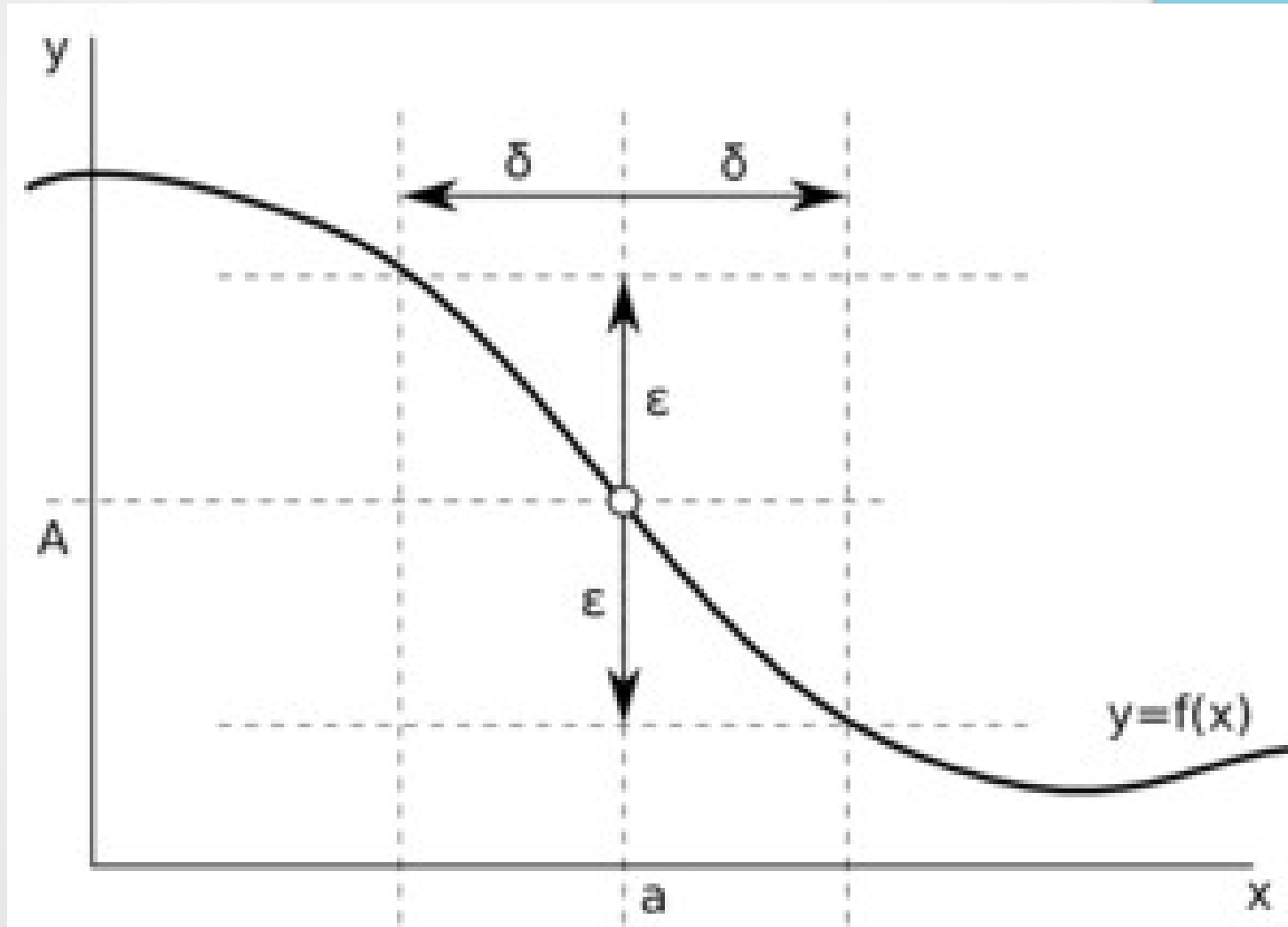


LIMITI

Studio di funzioni

- Il calcolo del limite di certo serve ad esempio a studiare il comportamento di una funzione nell'intorno di un punto o all'infinito
 - l e' il limite di $f(x)$ per x che tende a x_0 se per ogni numero reale $\epsilon > 0$ esiste un altro numero reale positivo δ tale che $0 < |x - x_0| < \delta$ allora $|f(x) - l| < \epsilon$
 - Ovviamente e' abbastanza immediata l'estensione al caso in cui l o x_0 siano infiniti

Studio di funzioni



Studio di funzioni

- Lo studio del limite serve a studiare il comportamento di una funzione nell'intorno di un punto
- Possiamo quindi capire verso quale valore tende la funzione man mano che i valori della variabile indipendente tendono a quel punto



STIMA DEL LIMITE USANDO I FOGLI DI CALCOLO

Studio di funzioni

- Cercheremo di stimare il valore del limite in un paio di casi

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$$

- Iniziamo inserendo in A2 il valore 0.8 e poi in A3 scriviamo
 $= A2 + 0.01$
- Mentre in B2 mettiamo il valore della y e quindi
 $= (A2^2 + A2 - 2) / (A2 - 1)$
- E poi solito trascinamento fino ad arrivare ad x pari 0.99

Studio di funzioni

	A	B
1	X	y
2	0.8	2.8
3	0.81	2.81
4	0.82	2.82
5	0.83	2.83
6	0.84	2.84
7	0.85	2.85
8	0.86	2.86
9	0.87	2.87
10	0.88	2.88
11	0.89	2.89
12	0.9	2.9
13	0.91	2.91
14	0.92	2.92
15	0.93	2.93
16	0.94	2.94
17	0.95	2.95
18	0.96	2.96
19	0.97	2.97
20	0.98	2.98
21	0.99	2.99

Studio di funzioni

- Adesso in A23 inseriamo $=A22+0.001$
- Al solito trasciniamo fino ad A30 e stessa cosa sulla colonna B

1	0.99	2.99
2	0.991	2.991
3	0.992	2.992
4	0.993	2.993
5	0.994	2.994
6	0.995	2.995
7	0.996	2.996
8	0.997	2.997
9	0.998	2.998
0	0.999	2.999
1		
2		

Studio di funzioni

- Adesso approssimiamo il limite destro
- In D2 mettiamo 1.2 ed in D3 =D2-0.01 e trasciniamo fino a D21
- In D22 inseriamo =D21-0.001 e trasciniamo fino a D30
- In E2 invece come prima inseriamo i valori di y e quindi $=\frac{D2^2+D2-2}{D2-1}$
- Trascinando dovremmo in fine ottenere

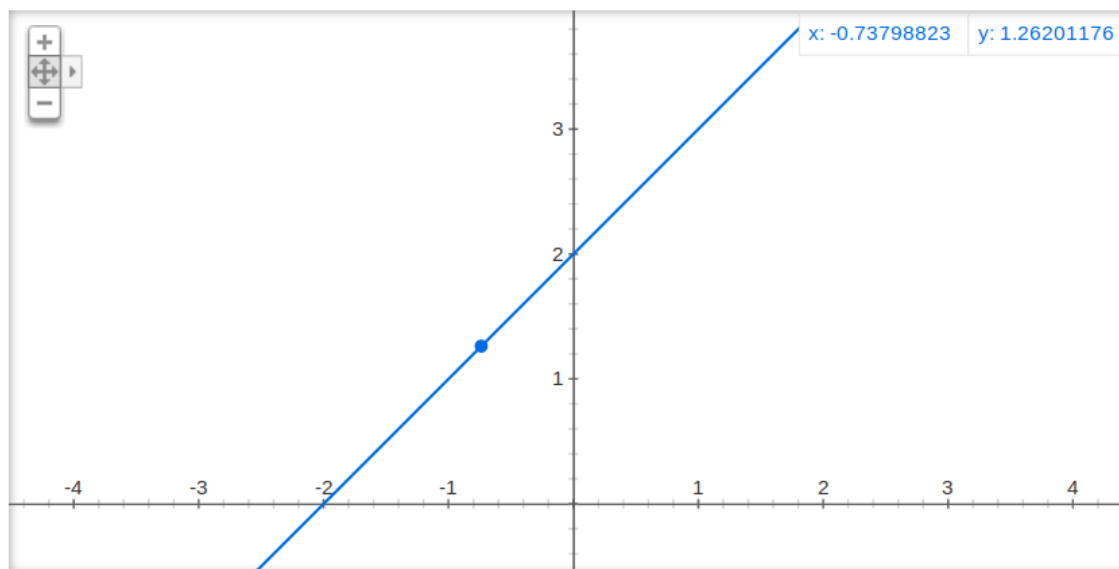
Studio di funzioni

A	B	C	D	E
X	y		X	y
0.8	2.8		1.2	3.2
0.81	2.81		1.19	3.19
0.82	2.82		1.18	3.18
0.83	2.83		1.17	3.17
0.84	2.84		1.16	3.16
0.85	2.85		1.15	3.15
0.86	2.86		1.14	3.14
0.87	2.87		1.13	3.13
0.88	2.88		1.12	3.12
0.89	2.89		1.11	3.11
0.9	2.9		1.1	3.1
0.91	2.91		1.09	3.09
0.92	2.92		1.08	3.08
0.93	2.93		1.07	3.07
0.94	2.94		1.06	3.06
0.95	2.95		1.05	3.05
0.96	2.96		1.04	3.04
0.97	2.97		1.03	3.03
0.98	2.98		1.02	3.02
0.99	2.99		1.01	3.01
0.991	2.991		1.009	3.009
0.992	2.992		1.008	3.008
0.993	2.993		1.007	3.007
0.994	2.994		1.006	3.006
0.995	2.995		1.005	3.005
0.996	2.996		1.004	3.004
0.997	2.997		1.003	3.003
0.998	2.998		1.002	3.002
0.999	2.999		1.001	3.001

Studio di funzioni

- Questo ci permette di dire che il limite vale **3** con una certa incertezza ovvio
- Di fatto basta ricordarsi che $(X^2 + X - 2) = (X-1) * (X+2)$
infatti:

Graph for $(x^2+x-2)/(x-1)$



More info



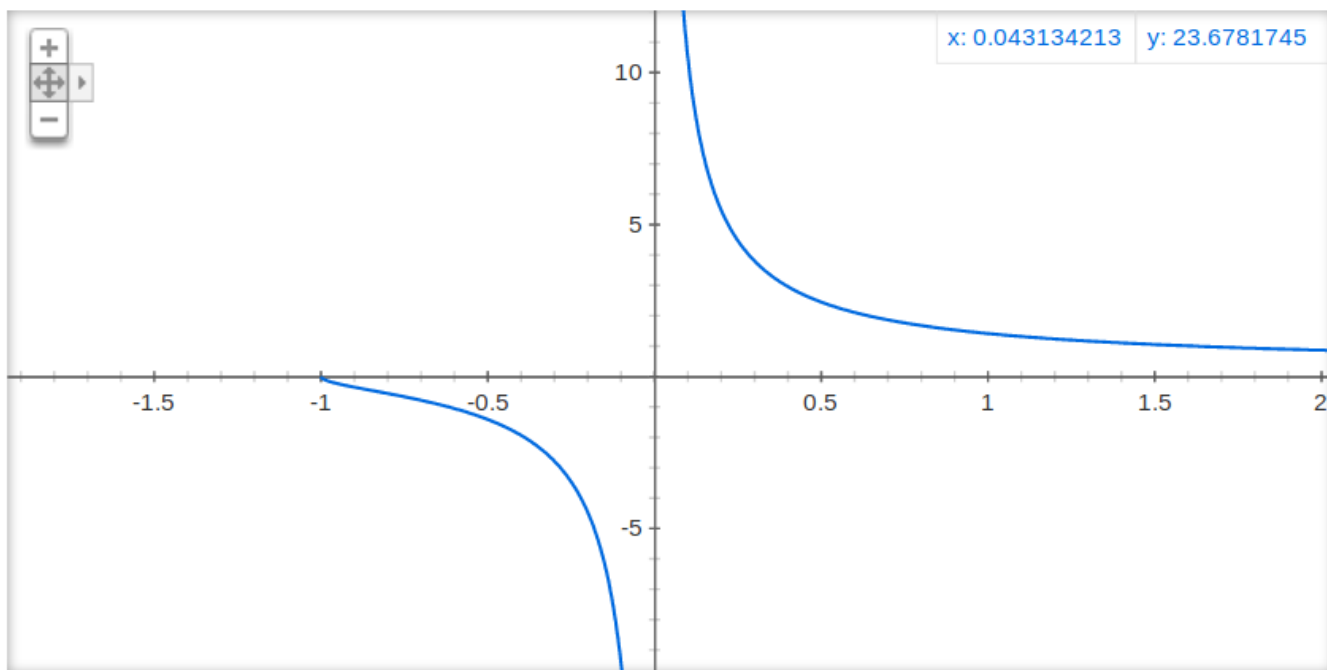
ESERCIZIO

Studio di funzioni

- Provate adesso voi

$$y = \frac{\sqrt{x+1}}{x} \text{ per } x \rightarrow 0.$$

Graph for $\sqrt{x+1}/x$



[More info](#)

Studio di funzioni

	A	B	C	D	E
1	x	y		x	y
2	-0.5	-1.414213562		0.5	2.449489743
3	-0.4	-1.936491673		0.4	2.958039892
4	-0.3	-2.788866755		0.3	3.80058475
5	-0.2	-4.472135955		0.2	5.477225575
6	-0.1	-9.486832981		0.1	10.48808848
7	-0.095	-10.01384084		0.095	11.01497344
8	-0.09	-10.59932446		0.09	11.60034057
9	-0.085	-11.25360381		0.085	12.2545098
10	-0.08	-11.98957881		0.08	12.99038106
11	-0.075	-12.82358937		0.075	13.82429424
12	-0.07	-13.77664394		0.07	14.77725776
13	-0.065	-14.87621508		0.065	15.87674419
14	-0.06	-16.15893286		0.06	17.15938357
15	-0.055	-17.67474736		0.055	18.67512599
16	-0.05	-19.49358869		0.05	20.49390153
17	-0.045	-21.71646698		0.045	22.71672033
18	-0.04	-24.49489743		0.04	25.49509757
19	-0.035	-28.06697529		0.035	29.0671285
20	-0.03	-32.82952601		0.03	33.82963855
21	-0.025	-39.49683532		0.025	40.49691346
22	-0.02	-49.49747468		0.02	50.49752469
23	-0.015	-66.16477747		0.015	67.1648056
24	-0.01	-99.49874371		0.01	100.4987562
25	-0.005	-199.4993734		0.005	200.4993766
26	-0.0049	-203.5810186		0.0049	204.5810216
27	-0.0048	-207.8327319		0.0048	208.8327348
28	-0.0047	-212.2653686		0.0047	213.2653713
29	-0.0046	-216.890728		0.0046	217.8907307
30	-0.0045	-221.7216585		0.0045	222.7216661
31	-0.0044	-226.7721761		0.0044	227.7721785
32	-0.0043	-232.0576009		0.0043	233.0576032
33	-0.0042	-237.594712		0.0042	238.5947142
34	-0.0041	-243.4019255		0.0041	244.4019276
35	-0.004	-249.499499		0.004	250.499501
36					

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+1}}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+1}}{x} = -\infty$$